

Implementasi Determinan dalam Fast Kalman Filter untuk Optimalisasi Sistem Navigasi GPS

Clarissa Nethania Tambunan 13523016^{1,2}

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

¹13523016@std.stei.itb.ac.id, ²cntkreasi@gmail.com

Abstrak— Implementasi determinan matriks dalam *Fast Kalman Filter* (FKF) mempunyai fungsi yang sangat besar dalam peningkatan akurasi dan efisiensi penyederhanaan sistem navigasi *Global Positioning System* (GPS) dengan memastikan *error covariance* (P) tetap positif definitif dan stabil. Proses transformasi matriks P menggunakan Operasi Baris Elementer (OBE) mengubahnya menjadi bentuk segitiga atas untuk memudahkan perhitungan determinan, yang mengurangi kerumitan-kerumitan dalam perhitungan tersebut. Optimalisasi komputasi dilakukan dengan melalui reduksi baris segitiga atas dan penggunaan matriks tridiagonal, sehingga akan menyederhanakan perhitungan dan mengurangi beban komputasi serta kesalahan numerik. Validasi stabilitas memantau determinan matriks untuk memastikan elemen diagonal utama tetap menghasilkan positif, menjaga stabilitas dan akurasi ketepatan estimasi. Matriks diagonal dan tridiagonal juga digunakan untuk mengoptimalkan kecepatan dan efisiensi perhitungan dalam aplikasi waktu nyata seperti navigasi *Global Navigation Satellite System* (GNSS).

Kata Kunci— *Fast Kalman Filter* (FKF), *Global Positioning System* (GPS), Operasi Baris Elementer (OBE), determinan matriks,

I. PENDAHULUAN

Di era perkembangan teknologi saat ini, sistem navigasi satelit sangat dibutuhkan dalam kehidupan sehari-hari dimana salah satu penemuan yang telah dibuat adalah *Global Positioning System* (GPS) yang memberikan posisi geografis secara akurat dan posisinya diperbarui secara *real-time* di seluruh dunia. GPS ini digunakan dalam berbagai aplikasi seperti navigasi kendaraan, pemetaan geografis dunia, dan lain-lain. Dalam mempertahankan keakuratan dan efisiensinya, GPS ini membutuhkan algoritma untuk memproses sinyal satelit.

Salah satu algoritma tersebut adalah *Fast Kalman Filter* (FKF) yang telah dikembangkan oleh Antti Lange, seorang ilmuwan dari Finlandia, untuk optimalisasi sistem navigasi GPS, FKF ini memanfaatkan metode determinan matriks untuk mengoptimalkan komputasi dan meningkatkan stabilitas dalam pemrosesan data. Sebelumnya juga terdapat filter Kalman biasa namun kondisi algoritma ini tidak stabil dan bahkan dapat

memberikan informasi yang berbeda dengan informasi yang sebenarnya sehingga diperlukan algoritma yang stabil dan cepat dalam pengecekan jika adanya masalah dalam sistem navigasi tersebut. Oleh karena itu, FKF dapat memberikan informasi yang lebih akurat dan cepat dalam menghadapi masalah-masalah sebelumnya.

Dalam makalah ini, akan dibahas implementasi determinan matriks yang terdapat pada *Fast Kalman Filter* (FKF) dimana algoritma ini diaplikasikan ke dalam sistem navigasi GPS untuk meningkatkan keakuratannya dan efisiensinya. Penjelasan ini akan dilanjutkan dengan menjelaskan teori determinan matriks yang digunakan dalam FKF dan bagaimana ini berpengaruh dalam optimalisasi sistem navigasi GPS.

II. LANDASAN TEORI

A. Determinan Matriks

Determinan matriks adalah nilai yang diperoleh dari matriks persegi yang menunjukkan seberapa besar matriks tersebut dalam menjelaskan hubungan antara variabel-variabel dalam sistem linier. Jika matriks tersebut tidak persegi atau dalam kata lain jumlah baris dan jumlah kolom tidak sama maka matriks itu tidak dapat dihitung determinannya. Berikut adalah contoh matriks persegi berukuran $n \times n$ dan lambang determinan matriks tersebut [2].

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$
$$\det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Gambar 1. Determinan Matriks Persegi Ukuran $n \times n$
Sumber: <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AJabarGeometri/2023-2024/AJgeo-08-Determinan-bagianI-2023.pdf>

Matriks persegi di atas kemudian dilakukan operasi baris elementer (OBE) yaitu dengan menerapkan antara lain mengalikan sebuah baris dengan konstanta tidak nol, menukarkan dua buah baris, atau menambahkan sebuah

baris dengan kelipatan baris lainnya, sampai mendapatkan matriks segitiga atas (*upper triangular*) yang dimana semua elemen di bawah diagonal utamanya bernilai nol seperti di bawah ini [1] [2].

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{bmatrix}$$

Gambar 2. Contoh Bentuk Matriks Segitiga Atas

Sumber: <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2023-2024/Algeo-08-Determinan-bagian1-2023.pdf>

Kemudian matriks segitiga atas itu dapat dihitung determinannya dengan cara mengalikan semua nilai elemen yang terdapat pada diagonal matriks tersebut. Berikut determinan dari contoh matriks segitiga atas sebelumnya [2].

$$\det(A) = a_{11}a_{22}a_{33}a_{44}$$

Gambar 3. Determinan Matriks Segitiga Atas

Sumber: <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2023-2024/Algeo-08-Determinan-bagian1-2023.pdf>

B. Fast Kalman Filter (FKF)

Aplikasi algoritma Fast Kalman Filter (FKF) merupakan peningkatan dari algoritma Kalman Filter Standar karena dengan algoritma FKF akan membuat GPS lebih cepat dalam pemrosesan data dan dapat mengurangi kompleksitas dengan program yang lainnya. Selain dengan kecepatan pemrosesan data FKF juga dapat membantu dalam control lokasi secara *real-time* sekalipun ada pergerakan secara dinamis. Algoritma FKF juga berguna dalam pelacakan objek, manajemen sistem lalu lintas bahkan dalam penggunaan drone membutuhkan hal seperti ini. Algoritma FKF mengoptimalkan GPS dengan menggunakan teknik mengurangi dimensi matriks yang digunakan dalam perhitungan, sehingga mengurangi jumlah komputasi operasi yang banyak.

Matriks yang digunakan dalam FKF adalah matriks yang lebih sederhana seperti matriks diagonal dan matriks tridiagonal. Matriks diagonal adalah matriks persegi di mana semua elemen di luar diagonal utama adalah nol. Ini membuat perhitungan lebih sederhana karena hanya elemen-elemen diagonal yang perlu diperhatikan dalam banyak operasi matriks. Matriks tridiagonal adalah matriks persegi di mana semua elemen di luar diagonal utama, diagonal di atasnya, dan diagonal di bawahnya adalah nol. Matriks tridiagonal sering digunakan karena keseimbangan antara kesederhanaan dan kompleksitas yang cukup untuk banyak aplikasi numerik. FKF juga mengoptimalkan algoritma aproksimasi sehingga dapat memproses data lebih cepat dengan tingkat kesalahan yang rendah. Dalam perhitungan matriks, terdapat penggunaan determinan matriks terutama dalam perhitungan matriks-matriks yang kecil karena akan lebih cepat dan efisien. Algoritma FKF akan melakukan perhitungan determinan matriks dengan stabil sehingga estimasinya lebih akurat. FKF menggunakan pendekatan

yang meminimalkan kesalahan numerik yang bisa timbul dari perhitungan.

Berikut adalah beberapa konsep kunci dari Kalman Filter yaitu keadaan (*state*) merupakan representasi dari variabel-variabel yang menggambarkan keadaan sistem yang ingin diestimasi. Pengukuran (*Measurement*) adalah data yang diperoleh dari sensor atau perangkat pengukuran lainnya. Prediksi (*Prediction*) adalah perkiraan nilai keadaan sistem berdasarkan model prediksi sebelum menerima data pengukuran. Pembaruan (*Update*) adalah proses mengoreksi prediksi dengan menggunakan data pengukuran untuk menghasilkan estimasi yang lebih akurat. Kovarian (*Covariance*) mengukur ketidakpastian dalam estimasi keadaan dan pengukuran. [5].

C. Global Positioning System (GPS)

Global Positioning System atau yang biasa disebut GPS merupakan sistem navigasi yang menunjukkan lokasi suatu titik di permukaan bumi secara akurat dengan menggunakan jaringan satelit sehingga dapat menentukan titik tersebut dengan koordinat yang akurat. Sistem ini mempunyai banyak aplikasi dalam penggunaannya terutama dalam sistem digital saat ini seperti penggunaan peralatan seluler. Hampir semua peralatan seluler saat ini dilengkapi dengan aplikasi GPS. GPS juga banyak digunakan dalam pelacakan kendaraan secara akurat.

Dalam hal penggunaan GPS dalam kehidupan sehari-hari sudah banyak sekali diterapkan dan hampir setiap pergerakan diukur dengan GPS. Dalam bidang pemetaan GPS mempunyai peran yang sangat penting karena dapat mempermudah pengukuran jarak dan luas suatu wilayah. Dalam bidang kesehatan dan olah raga GPS memberikan pengguna untuk mengetahui jarak tempuh atau kecepatan yang dapat ditempuh secara akurat.

Perancangan sistem GPS harus membutuhkan algoritma dalam optimalisasi pemrogramannya, salah satunya adalah Fast Kalman Filter. Ada banyak algoritma yang digunakan dalam optimalisasi GPS seperti *Multipath Mitigation Algorithms* yang berfungsi untuk mengurangi efek pantulan sinyal yang dapat menyebabkan kesalahan posisi, dan *Doppler Shift Correction* yang digunakan untuk mengoreksi perubahan frekuensi sinyal akibat gerakan relatif antara satelit dan penerima namun dalam hal ini saya hanya membahas tentang *Fast Kalman Filter*.

Algoritma *Fast Kalman Filter* merupakan sesuatu program yang sangat penting dalam mendesain sebuah GPS karena mempunyai kemampuan pengolahan data yang lebih cepat. Kecepatan pemrosesan yang lebih tinggi ini memungkinkan sistem GPS untuk memberikan informasi posisi dan navigasi dengan latensi yang sangat rendah, yang merupakan faktor krusial dalam aplikasi waktu nyata. FKF memungkinkan penerima GPS untuk memproses sinyal satelit dengan lebih cepat, sehingga mengurangi waktu yang dibutuhkan untuk memperoleh solusi posisi yang akurat. Ini sangat penting dalam situasi di mana perubahan posisi terjadi dengan cepat. Meskipun mempercepat pemrosesan data, FKF tidak mengorbankan akurasi estimasi posisi. Dengan menggunakan teknik optimasi komputasi yang efisien, FKF memastikan bahwa

data yang diterima dari satelit diproses dengan presisi tinggi, menghasilkan estimasi posisi yang sangat akurat. FKF sangat efektif dalam menangani pergerakan dinamis, memungkinkan sistem GPS untuk tetap akurat bahkan saat objek yang dipantau bergerak cepat atau berubah arah secara tiba-tiba. Ini menjadikan FKF ideal untuk aplikasi seperti pelacakan objek bergerak dan manajemen sistem lalu lintas. Dengan mengurangi jumlah komputasi yang diperlukan untuk memproses data satelit, FKF membantu mengoptimalkan penggunaan sumber daya pada perangkat GPS. Ini berarti perangkat dapat bekerja lebih efisien, mengurangi konsumsi daya, dan memperpanjang masa pakai baterai, yang sangat penting untuk perangkat portabel dan aplikasi *outdoor* [4].

D. Global Navigation Satellite System (GNSS)

Global Navigation Satellite System (GNSS) adalah sistem yang menyediakan layanan penentuan posisi, navigasi, dan waktu (PNT) di seluruh dunia dengan menggunakan satelit. Fungsi utama GNSS adalah memberikan informasi lokasi yang akurat kepada pengguna di darat, laut, dan udara, dengan memanfaatkan sinyal dari satelit-satelit yang berada di orbit. GNSS digunakan dalam berbagai aplikasi, seperti navigasi kendaraan, penerbangan, pelayaran, survei geodesi, dan bahkan aplikasi sehari-hari seperti *smartphone*. Beberapa contoh GNSS yang terkenal antara lain GPS (*Global Positioning System*), GLONASS (*Globalnaya Navigazionnaya Sputnikovaya Sistema*), Galileo dan BeiDou, tetapi dalam makalah ini penulis hanya fokus ke aplikasi GPS.

GNSS berfungsi secara independen dan tidak memerlukan infrastruktur tambahan di darat, kecuali untuk meningkatkan akurasi atau aplikasi khusus. Dengan banyaknya satelit yang beroperasi, GNSS sangat andal dan mampu memberikan informasi yang konsisten dan terpercaya. Data lokasi yang diberikan oleh GNSS dapat diakses secara real-time, memungkinkan aplikasi-aplikasi yang membutuhkan informasi lokasi secara langsung.

GNSS menjadi dasar bagi banyak teknologi modern yang kita gunakan setiap hari. Di sektor pertanian, GNSS membantu dalam pertanian presisi, memungkinkan petani untuk merencanakan dan memantau aktivitas pertanian dengan lebih efisien. Petani dapat mengoptimalkan penggunaan pupuk, pestisida, dan air dengan data lokasi yang akurat, sehingga meningkatkan hasil panen dan mengurangi dampak lingkungan.

Dalam bidang konstruksi, GNSS digunakan untuk memastikan akurasi tinggi dalam pengukuran dan pemetaan. Hal ini sangat penting untuk proyek besar di mana kesalahan kecil dapat mengakibatkan biaya tambahan dan waktu penyelesaian yang lebih lama. GNSS memungkinkan pekerja konstruksi untuk memetakan lokasi dengan tepat, menghindari kesalahan yang mahal, dan meningkatkan produktivitas di lokasi kerja.

Selain itu, GNSS memainkan peran vital dalam manajemen lalu lintas dan transportasi. Dengan data posisi real-time, sistem manajemen lalu lintas dapat

memantau dan mengelola aliran kendaraan dengan lebih baik, mengurangi kemacetan, dan meningkatkan keselamatan di jalan raya. GNSS juga digunakan dalam sistem navigasi pesawat terbang dan kapal, memastikan bahwa mereka tetap berada di jalur yang benar dan menghindari tabrakan [3] [4] [5].

III. ANALISIS IMPLEMENTASI DETERMINAN MATRIKS DALAM FAST KALMAN FILTER

A. Determinan Matriks dalam FKF

Implementasi determinan dalam *Fast Kalman Filter* (FKF) memainkan peran penting dalam mengevaluasi kestabilan dan memastikan bahwa matriks *error covariance* (P) tetap positif definit. Matriks *error covariance* adalah komponen kunci dalam algoritma Kalman Filter yang mengukur ketidakpastian dalam estimasi posisi dan kecepatan. Positif definit berarti semua nilai eigen dari matriks tersebut positif, yang memastikan bahwa matriks dapat diinvert dan memberikan solusi yang stabil.

Global Navigation Satellite System (GNSS) adalah istilah yang digunakan untuk menggambarkan semua sistem satelit yang memberikan layanan navigasi dan penentuan posisi global. GNSS terdiri dari berbagai sistem satelit yang digunakan oleh banyak negara untuk menyediakan layanan navigasi. Sistem-sistem ini bekerja bersama untuk memberikan informasi posisi dan waktu yang akurat kepada pengguna di seluruh dunia. Salah satu sistem GNSS yang paling dikenal dan digunakan secara luas adalah GPS (*Global Positioning System*), yang dioperasikan oleh Amerika Serikat. Ketika kita merujuk pada GPS, kita biasanya berbicara tentang sistem satelit ini yang menyediakan informasi posisi dan waktu yang akurat.

Dalam konteks navigasi, perangkat penerima (receiver) yang mendukung GNSS dapat menggunakan sinyal dari berbagai sistem satelit untuk menentukan posisi pengguna. Dengan memanfaatkan sinyal dari berbagai sistem GNSS, perangkat tersebut dapat meningkatkan akurasi dan keandalan estimasi posisi, terutama di area yang sulit dijangkau oleh sinyal dari satu sistem satelit saja.

Proses ini melibatkan beberapa langkah penting yang bertujuan untuk memastikan bahwa estimasi yang dihasilkan akurat dan dapat diandalkan. Langkah-langkah ini mencakup transformasi matriks P menjadi bentuk segitiga atas, optimalisasi komputasi, dan validasi stabilitas. Dengan mengubah matriks P menjadi bentuk segitiga atas, FKF dapat menghitung determinan dengan lebih efisien, yang sangat penting untuk menjaga kestabilan estimasi dalam aplikasi waktu nyata seperti navigasi GNSS.

B. Transformasi Matriks P

Transformasi matriks *error covariance* (P) menjadi bentuk segitiga atas menggunakan Operasi Baris Elementer (OBE) adalah komponen penting dalam *Fast Kalman Filter* (FKF). Proses ini dimulai dengan mengalikan suatu baris dari matriks P dengan konstanta tidak nol. Tujuan dari langkah ini adalah untuk

menyesuaikan skala elemen-elemen dalam baris tersebut agar lebih mudah dioperasikan dalam langkah-langkah berikutnya. Ini membantu dalam menjaga kestabilan numerik selama transformasi dan memastikan bahwa elemen-elemen matriks tetap berada dalam rentang yang dapat ditangani dengan baik.

Selanjutnya, langkah kedua melibatkan pertukaran dua baris dalam matriks P . Pertukaran ini dilakukan untuk menempatkan elemen pivot (elemen utama dari baris) pada posisi yang lebih strategis, biasanya di diagonal utama. Penempatan elemen pivot yang lebih besar di diagonal utama penting untuk menghindari pembagian dengan angka nol atau angka yang sangat kecil, yang dapat menyebabkan kesalahan komputasi. Langkah ini sangat penting untuk menjaga stabilitas perhitungan selama transformasi.

Langkah terakhir dalam proses ini adalah menambahkan sebuah baris dengan kelipatan dari baris lainnya. Tujuan dari langkah ini adalah untuk mengeliminasi elemen-elemen di bawah diagonal utama. Dengan melaksanakan langkah ini secara bertahap dari baris pertama hingga baris terakhir, matriks P akan diubah menjadi bentuk segitiga atas, di mana semua elemen di bawah diagonal utama adalah nol. Transformasi ini menyederhanakan perhitungan determinan matriks dengan mengurangi kompleksitas komputasi, memungkinkan FKF menghitung determinan dengan lebih efisien.

Setelah matriks P diubah menjadi bentuk segitiga atas melalui OBE, perhitungan determinan menjadi lebih mudah. Determinan dari matriks segitiga atas adalah hasil kali dari elemen-elemen diagonal utama. Dengan mengalikan elemen-elemen diagonal utama ini, determinan matriks P dapat dihitung dengan cepat dan efisien. Bentuk segitiga atas memastikan bahwa semua elemen diagonal utama tetap positif, membuat matriks P positif definit. Ini adalah syarat penting untuk memastikan stabilitas dan akurasi dalam Kalman Filter.

Keuntungan dari bentuk segitiga atas termasuk efisiensi komputasi karena bentuk ini memungkinkan perhitungan determinan dilakukan dengan sangat efisien, mengurangi jumlah operasi komputasi yang diperlukan. Efisiensi ini mempercepat proses estimasi, yang sangat penting dalam aplikasi waktu nyata seperti navigasi GNSS. Selain itu, bentuk segitiga atas membantu menghindari masalah numerik yang dapat timbul dari pembagian dengan angka nol atau angka yang sangat kecil, memastikan bahwa perhitungan tetap stabil dan akurat.

C. Optimalisasi Komputasi

Optimalisasi komputasi dalam *Fast Kalman Filter* (FKF) adalah proses penting untuk memastikan perhitungan dilakukan dengan efisiensi tinggi, terutama dalam aplikasi waktu nyata seperti navigasi GNSS. Metode utama yang digunakan untuk optimalisasi ini adalah reduksi baris segitiga atas, yang memungkinkan perhitungan determinan matriks menjadi lebih sederhana dan efisien. Berikut adalah penjelasan rinci mengenai langkah-langkah dan teknik yang digunakan dalam optimalisasi komputasi.

Reduksi baris segitiga atas adalah metode di mana matriks diubah menjadi bentuk segitiga atas. Dalam

bentuk segitiga atas, semua elemen di bawah diagonal utama adalah nol, sehingga perhitungan determinan dapat dilakukan dengan mengalikan elemen-elemen diagonal utama. Transformasi ini dilakukan melalui Operasi Baris Elementer (OBE) yang meliputi pengalihan baris dengan konstanta tidak nol, pertukaran dua baris, dan penambahan sebuah baris dengan kelipatan dari baris lainnya. Proses ini tidak hanya mengurangi kompleksitas komputasi tetapi juga memastikan bahwa perhitungan determinan dilakukan dengan lebih stabil.

Selain bentuk segitiga atas, matriks tridiagonal juga digunakan untuk lebih menyederhanakan perhitungan dalam FKF. Matriks tridiagonal adalah matriks di mana hanya elemen-elemen pada diagonal utama, diagonal di atasnya, dan diagonal di bawahnya yang bukan nol. Mengubah matriks ke bentuk tridiagonal dapat dilakukan dengan OBE yang mencakup langkah-langkah pengurangan dan pertukaran yang lebih spesifik. Matriks tridiagonal memudahkan perhitungan lanjutan karena mengurangi jumlah elemen non-nol yang harus dioperasikan, sehingga mempercepat proses komputasi.

Dengan mengurangi jumlah operasi yang diperlukan, optimalisasi komputasi memastikan bahwa FKF dapat memproses data dengan lebih cepat. Ini sangat penting dalam aplikasi waktu nyata seperti navigasi GNSS, di mana respons cepat terhadap perubahan posisi sangat diperlukan. Menggunakan bentuk segitiga atas dan tridiagonal membantu menghindari masalah numerik yang bisa timbul dari pembagian dengan angka nol atau angka yang sangat kecil, memastikan bahwa perhitungan tetap stabil dan akurat. Optimalisasi ini mengurangi beban komputasi pada perangkat keras, memungkinkan FKF untuk dijalankan pada perangkat dengan sumber daya terbatas tanpa mengorbankan akurasi atau kecepatan.

Sebagai contoh, jika terdapat matriks *error covariance* (P) yang perlu diubah menjadi bentuk segitiga atas. Langkah pertama dalam proses ini adalah mengalikan baris pertama dengan suatu konstanta untuk menyesuaikan skala elemen-elemen dalam baris tersebut. Selanjutnya, baris kedua dan ketiga ditukar untuk menempatkan elemen pivot yang lebih besar di diagonal utama. Setelah itu, ditambahkan kelipatan dari baris pertama ke baris kedua dan ketiga dengan tujuan mengeliminasi elemen-elemen di bawah diagonal utama. Hasil dari langkah-langkah ini adalah matriks segitiga atas, di mana perhitungan determinan dapat disederhanakan dengan mengalikan elemen-elemen diagonal utama. Dalam konteks FKF, transformasi matriks P ke bentuk segitiga atas memudahkan perhitungan determinan, yang pada gilirannya mengurangi beban komputasi dan meningkatkan efisiensi proses estimasi. Teknik ini sangat penting dalam aplikasi waktu nyata seperti navigasi GNSS, di mana kecepatan dan akurasi perhitungan sangat kritis. Bentuk segitiga atas memastikan bahwa semua elemen diagonal utama tetap positif, memastikan stabilitas dan keakuratan estimasi yang dihasilkan oleh Kalman Filter.

D. Validasi Stabilitas dalam FKF

Validasi stabilitas merupakan langkah penting dalam *Fast Kalman Filter* (FKF) untuk memastikan bahwa filter tetap stabil dan memberikan estimasi yang akurat. Proses validasi stabilitas dilakukan dengan memanfaatkan determinan matriks untuk memantau kondisi matriks error covariance (P). Penggunaan determinan matriks dalam validasi stabilitas FKF melibatkan pemantauan kontinu determinan dari matriks error covariance untuk memastikan bahwa matriks tersebut tetap positif definit. Sebuah matriks positif definit memiliki semua nilai eigen yang positif, yang memungkinkan matriks tersebut untuk diinversi dan memastikan bahwa solusi yang dihasilkan stabil. Jika determinan matriks menjadi negatif atau nol, hal ini menunjukkan bahwa matriks tidak lagi positif definit, yang dapat mengakibatkan divergensi filter menuju solusi yang salah.

Untuk menjaga stabilitas, FKF memastikan bahwa semua elemen diagonal utama dari matriks error covariance tetap positif. Proses ini dilakukan melalui pemantauan rutin dan penyesuaian jika diperlukan. Menjaga elemen diagonal utama tetap positif memastikan bahwa matriks P tetap positif definit, yang penting untuk mempertahankan stabilitas dan akurasi estimasi posisi dan kecepatan. FKF memanfaatkan matriks diagonal dan tridiagonal untuk mengoptimalkan kecepatan dan efisiensi perhitungan. Penggunaan matriks-matriks ini membantu mengurangi jumlah operasi komputasi yang diperlukan, mengurangi kesalahan numerik, dan meningkatkan akurasi estimasi.

Dengan menggunakan determinan matriks untuk validasi stabilitas, FKF dapat mengurangi beban komputasi dan kesalahan numerik. Matriks diagonal dan tridiagonal memungkinkan perhitungan dilakukan dengan lebih efisien dan stabil. Mengurangi jumlah elemen non-nol yang harus dioperasikan juga mengurangi kemungkinan terjadinya kesalahan numerik yang dapat timbul dari pembagian dengan angka nol atau angka yang sangat kecil. Validasi stabilitas dalam FKF memastikan bahwa filter tetap stabil dan memberikan estimasi yang akurat dengan memantau determinan matriks dan menjaga elemen diagonal utama tetap positif. Dengan menggunakan matriks diagonal dan tridiagonal, FKF dapat mengoptimalkan kecepatan dan efisiensi perhitungan, mengurangi kesalahan numerik, dan meningkatkan akurasi estimasi. Hal ini sangat penting dalam aplikasi waktu nyata seperti navigasi GNSS, di mana kecepatan dan akurasi perhitungan sangat krusial.

IV. KESIMPULAN

Kesimpulan dari analisis implementasi determinan matriks dalam *Fast Kalman Filter* (FKF) menekankan peran penting determinan matriks dalam mengevaluasi kestabilan dan memastikan bahwa matriks *error covariance* (P) tetap positif definit. Matriks *error covariance* adalah elemen penting dalam algoritma Kalman Filter yang mengukur ketidakpastian dalam estimasi posisi dan kecepatan. Memastikan matriks ini tetap positif definit sangat penting untuk menjaga stabilitas dan akurasi estimasi.

Transformasi matriks P menjadi bentuk segitiga atas menggunakan Operasi Baris Elementer (OBE) memudahkan perhitungan determinan dengan mengurangi kompleksitas komputasi. Bentuk segitiga atas memungkinkan perhitungan determinan dilakukan dengan mengalikan elemen-elemen diagonal utama, menjaga matriks P tetap positif definit. Efisiensi ini sangat penting dalam aplikasi waktu nyata seperti navigasi GNSS, di mana kecepatan dan akurasi perhitungan sangat penting. Optimalisasi komputasi dalam FKF dilakukan melalui penggunaan reduksi baris segitiga atas dan matriks tridiagonal. Matriks tridiagonal, yang hanya memiliki elemen pada diagonal utama dan dua diagonal di sekitarnya, menyederhanakan perhitungan dan mengurangi beban komputasi serta kesalahan numerik. Ini memungkinkan FKF untuk memproses data dengan lebih cepat dan stabil, terutama dalam aplikasi waktu nyata seperti navigasi GNSS.

Validasi stabilitas dalam FKF dilakukan dengan memantau determinan matriks error covariance untuk memastikan bahwa elemen-elemen diagonal utama tetap positif. Hal ini penting untuk memastikan bahwa matriks P tetap positif definit, menjaga stabilitas dan akurasi estimasi. Penggunaan matriks diagonal dan tridiagonal membantu mengoptimalkan kecepatan dan efisiensi perhitungan, mengurangi kesalahan numerik, dan meningkatkan akurasi estimasi.

Secara keseluruhan, implementasi determinan matriks dalam FKF memastikan bahwa estimasi yang dihasilkan akurat dan andal. Transformasi matriks, optimalisasi komputasi, dan validasi stabilitas memungkinkan FKF untuk menghasilkan estimasi yang stabil dan efisien dalam aplikasi waktu nyata seperti navigasi GNSS.

V. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan syukur dan terima kasih kepada Tuhan Yang Maha Esa karena berkat rahmat-Nya penulis dapat menyelesaikan makalah ini dengan baik. Secara khusus juga penulis mengucapkan terima kasih kepada dosen dan orang-orang yang banyak memberikan dukungan dalam penyusunan makalah ini yaitu:

1. Bapak Dr. Ir. Rinaldi Munir, M.T. selaku dosen Aljabar Linier dan Geometri kelas 02 yang membekali penulis dalam pengajaran/pengetahuan sehingga mengerti tentang mata kuliah tersebut.
2. Teman-teman yang banyak memberikan masukan dan ide tentang tulisan ini.
3. Keluarga yang selalu mendukung saya dan memberikan pandangan secara umum.

Makalah ini tentu masih belum sempurna, oleh karena itu kami mengharapkan kritik dan saran yang membangun dari berbagai pihak demi perbaikan di masa yang akan datang. Semoga makalah ini bermanfaat bagi para pembaca.

REFERENSI

- [1] Munir, Rinaldi. 2023. Sistem Persamaan Linier (Bagian 1: Metode eliminasi Gauss). <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2023-2024/Algeo-03-Sistem-Persamaan-Linier-2023.pdf> (Diakses 23 Desember 2024).
- [2] Munir, Rinaldi. 2023. Determinan (Bagian 1). <https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2023-2024/Algeo-08-Determinan-bagian1-2023.pdf> (Diakses 26 Desember 2024).
- [3] Ait-El-Fquih, Boujemaa, dan Ibrahim Hoteit. 2015. *Fast Kalman-like filtering for large-dimensional linear and Gaussian state-space models*. <https://repository.kaust.edu.sa/bitstream/10754/575243/1/07194838.pdf> (Diakses 28 Desember 2024).
- [4] Misra, Pratap, dan Per Enge. 2010. *Global Positioning System: Signals, Measurements, and Performance*. Ganga-Jamuna Press.
- [5] Grewal, Mohinder S., dan Angus P. Andrews. 2015. *Kalman Filtering: Theory and Practice with MATLAB*. Wiley-IEEE Press.

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Bandung, 2 Januari 2025



Clarissa Nethania Tambunan 13523016